

**توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت**

**Equilibre d'un corps solide en rotation autour d'un axe fixe**

**I - عزم قوة**

**1 - مفعول قوة على دوران جسم صلب**

**مثال 1 :** حركة الباب حول المفصلات والتي تجسد محور الدوران  $\Delta$ .

ليس للقوتين  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  أي مفعول على دوران الباب

يكون لقوة مفعول دوران على جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت ، إذا كان خط تأثيرها

غير مواز لمحور الدوران ولا يتقاطع معه .

**مثال 2**

القوة  $\vec{F}$  لها مفعول على دوران الباب

نلاحظ أن شدة القوة تزداد كلما اقتربنا من محور الدوران  $\Delta$  أي المفصلات

أي أن هناك علاقة بين شدة القوة  $\vec{F}$  والمسافة الفاصلة بين خط تأثيرها والمحور  $\Delta$

**2 - عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت .**

**1-2 - تعريف**

عزم قوة  $\vec{F}$  بالنسبة لمحور الدوران  $(\Delta)$  متعامد مع خط تأثيرها له قيمة مطلقة تساوي جداء الشدة  $F$  والمسافة  $d$  الفاصلة بين  $(\Delta)$  وخط تأثيرها .

$$|\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})| = F \cdot d$$

وحدة عزم القوة في النظام العالمي للوحدات هي :  $N \cdot m$

**2-2 - عزم قوة مقدار جبري**

الجداء  $F \cdot d$  لا يدلنا على منحنى دوران الجسم  $S$  حول المحور  $(\Delta)$

لهذا يجب أن نختار منحنى اعتباطيا لدوران الجسم ونعتبره موجبا كما في الشكل :

\* إذا كان بإمكان القوة إدارة الجسم في المنحنى الموجب الذي تم اختياره

فإن عزمها يعتبر موجبا :  $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = +F \cdot d$

\* \* إذا كان بإمكان القوة إدارة الجسم عكس المنحنى الذي تم اختياره

فإن عزمها يعتبر سالبا :  $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -F \cdot d$

إذن بصفة عامة عزم قوة  $\vec{F}$  بالنسبة لمحور  $(\Delta)$  ثابت هو :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \pm F \cdot d$$

**II - عزم مزدوجة قوتين**

**1 - مزدوجة قوتين**

تكون القوتان  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  مزدوجة قوتين ، إذا كان مجموعهما المتجهي منعدم ولهما نفس خط التأثير .

**2 - عزم مزدوجة قوتين**

عزم مزدوجة قوتين بالنسبة لمحور الدوران  $(\Delta)$  عمودي على مستوية المزدوجة هو جداء الشدة المشتركة للقوتين والمسافة  $d$  الفاصلة بين خطي تأثيرهما :

وحدة  $\mathcal{M}_e = \pm F \cdot d$  في النظام العالمي للوحدات هي  $N \cdot m$

**III - مبرهنة العزوم**

**1 - نص مبرهنة العزوم**

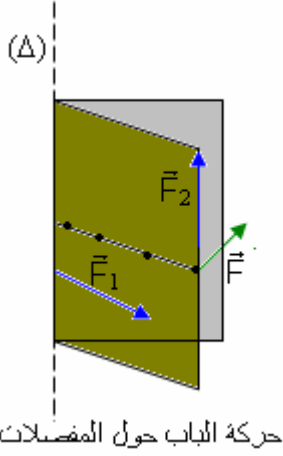
عند توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت  $(\Delta)$  أي كان ، فإن مجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة عليه

$$\sum_{i=1}^n \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = 0$$

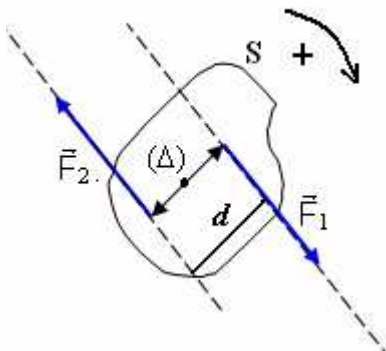
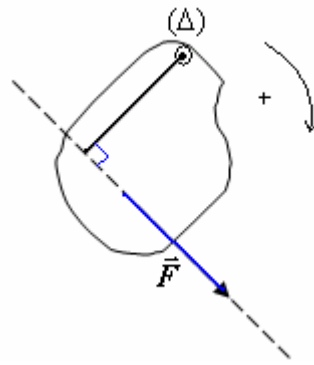
بالنسبة لهذا المحور ، مجموع منعدم :

**2 - تطبيق**

نطبق على ساق متجانسة AB طولها  $l = 80cm$  وكتلتها مهمة ، ثلاث قوى  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  رأسية (أنظر الشكل)



حركة الباب حول المفصلات



شداتها هي  $F_1=4N$  و  $F_2=4N$  و  $F_3=2N$  .

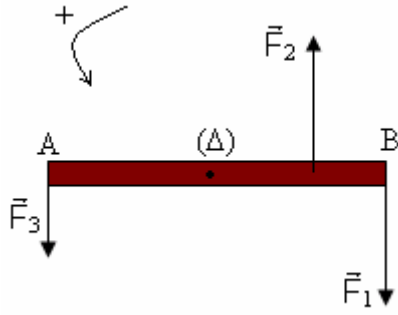
محور الدوران أفقي وثابت يمر من مركز الساق .

1 - هل القوتان  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  تكونان مزدوجة؟ علل إجابتك .

2 - مثل الخط المضلعي لمتجهات القوى المطبقة على الساق؟

3 - أحسب المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على الساق .

4 - هل يتحققا شرطا التوازن في هذه الحالة؟ علل إجابتك



## VI - عزم مزدوجة اللي

### 1 - مزدوجة قوتين على سلك فلزي

عند تطبيق مزدوجة قوتين على القضيب ، نلاحظ أن السلك يلتوي أي أن تأثير المزدوجة أدى إلى ليّ السلك . وعند حذف المزدوجة يعود القضيب إلى موضع توازنه البدئي . نفس هذا كون أن السلك الملتوي يطبق بدوره على القضيب قوى ارتداد .

الدراسة الميكانيكية للقضيب :

#### \* قبل تطبيق مزدوجة القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ :

القضيب في حالة توازن وهو خاضع لوزنه  $\vec{P}$  و  $\vec{R}$  القوة المطبقة من طرف السلك بحيث

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \quad \text{و} \quad \mathcal{M}_A(\vec{P}) + \mathcal{M}_A(\vec{R}) = 0$$

#### \* عند تطبيق مزدوجة القوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$

يكون السلك ملتويا وهو يخضع للقوى  $\vec{P}$  و  $\vec{R}$  والمزدوجة المطبقة  $\mathcal{M}_A(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$  ومجموع قوى الارتداد المسلطة من طرف جميع مولدات السلك

$$\sum \vec{f}_i$$

القضيب في حالة النوازن :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \sum \vec{f}_i = \vec{0}$$

و كذلك

$$\mathcal{M}_A(\vec{P}) + \mathcal{M}_A(\vec{R}) + \mathcal{M}_A(\vec{F}_1, \vec{F}_2) + \sum \mathcal{M}_A(\vec{f}_i) = 0$$

$$\sum \mathcal{M}_A(\vec{f}_i) = -\mathcal{M}_A(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$$

$$\sum \vec{f}_i = \vec{0}$$

خلاصة : قوى الارتداد  $\sum \vec{f}_i$  لها خاصيات مزدوجة قوتين .

تسمى بمزدوجة اللي Couple de torsion ونركز لها ب  $\mathcal{M}_e$

### 2 - عزم مزدوجة اللي

من خلال الدراسة التجريبية نستنتج أن عزم المزدوجة المطبقة على السلك تتناسب اطرادا مع الزاوية  $\theta$  زاوية اللي نقول

$$\mathcal{M}_A(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = C\theta$$

حيث  $C$  ثابتة تميز السلك نسميها ثابتة لي السلك وهي تتعلق بطول السلك وبمقطعه وبنوعيته .

وحسب الدراسة السابقة أن عزم مزدوجة لي السلك  $\sum \mathcal{M}_A(\vec{f}_i) = \mathcal{M}_e$  هي المقابل لعزم مزدوجة القوتين  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$

$$\mathcal{M}_e = -C.\theta \quad \text{إذن}$$

